Unautorisierte und unvollständige Übersetzung von Christopher Langan: The Theory of theories.

Die Theorie der Theorien

Sie wissen, was man über Theorien sagt: Jeder hat eine. Tatsächlich haben einige Leute eine Theorie über so ziemlich alles. Es gibt keine Übertheorie von Allem, denken Sie ... das ist eine besondere Theorie über jedes kleine Ding unter der Sonne. (Wenn sie eine Übertheorie haben, müssen sie in der Lage sein, alle diesen kleinen Theorien zu verbinden.)

Aber was ist eine Theorie? Ist eine Theorie nur eine Geschichte, die sie über etwas machen können, so fantasievoll, wie sie möchten? Oder muss eine Theorie mindestens so sein, dass sie wahr sein könnte? Oder noch strenger, ist eine Theorie etwas, das in logischen und mathematischen Symbolen operieren sein muss?

Eine Theorie ist alles von dem. Eine Theorie kann gut oder schlecht sein, fantasievoll oder plausibel, wahr oder falsch. Die einzigen beständigen Anforderungen sind, dass sie (1) ein Thema haben muss und (2) in einer Sprache verfasst sein muss, in der das Thema schlüssig beschrieben werden kann. Wenn diese Kriterien zutreffen, kann die Theorie immer "formalisiert" werden, oder übersetzt in die symbolische Sprache der Logik und Mathematik. Einmal formalisiert, kann die Theorie verschiedenen mathematischen Tests auf Wahrheit und interne Konsistenz unterworfen werden.

Aber macht das nicht tatsächlich "Theorie" synonym mit "Beschreibung"? Ja. Eine Theorie ist genau eine Beschreibung von etwas. Wenn wir die logischen Schlussfolgerungen der Beschreibung auf andere Bestandteile in aussagender Weise anwenden können, dann sagt man: Die Theorie hat "erklärende Kraft". Und wenn wir die logischen Schlussfolgerungen der Beschreibung zur Erstellung korrekter Vorhersagen nutzen können, wie sich etwas unter verschiedenen Bedingungen verhält, dann sagt man von der Theorie: Sie hat "vorhersagende Kraft".

Von einem praktischen Standpunkt, an welcher Art von Theorie sollten wir interessiert sein? Die meisten Leuten würden zustimmen, dass eine interessante Theorie einen bedeutenden Gegenstand haben sollte, ein Subjekt von Nutzen oder Bedeutung für uns, wenn auch vielleicht auf einem rein abstrakten Niveau. Und die meisten würden auch zustimmen, dass die Theorie, um diesen Nutzen zu haben oder zu maximieren, erklärende oder vorhersagende Kraft haben sollte. Vorerst wollen wir jede Theorie, die diese beiden Kriterien erfüllt, eine "ernsthafte" Theorie nennen.

Fast alle sind an ernsthaften Theorien interessiert, von Ingenieuren und Wertpapierhändlern bis hin zu Ärzten, Automobilmechanikern und Polizeidetektiven. Praktisch jeder, der Ratschläge gibt, Probleme löst oder Dinge baut, dessen Arbeit benötigt eine ernsthafte Theorie für seine Arbeit. Aber drei Gruppen sind besonders an ernsthaften Theorien interessiert: Wissenschaftler, Mathematiker und Philosophen. Das sind die Gruppen mit den strengsten Anforderungen an die Theorien, die sie benutzen und erstellen.

Während es wichtige Gemeinsamkeiten zwischen den Theorien gibt, mit denen Wissenschaftler, Mathematiker und Philosophen arbeiten, gibt es doch auch wichtige Unterschiede. Die wichtigsten Unterschiede schließen den Untersuchungsgegenstand der Theorien ein. Wissenschaftler begründen ihre Theorien auf Experimenten und Beobachtungen der realen Welt ... nicht auf den Wahrnehmungen selbst, sondern auf dem, was sie als konkrete "Objekte der Wahrnehmung" betrachten. Das heißt, sie mögen ihre Theorien empirisch. Mathematiker, auf der anderen Seite, mögen ihre Theorien besonders rational ... basierend auf logischen Zusammenhängen, abstrakte mathematische Objekte betreffend, die im Geist existieren, unabhängig von den Sinnen. Und Philosophen verfolgen gern ausgedehnte Theorien der Realität, ausgerichtet auf die Beziehung zwischen diesen beiden Objekttypen. (Das erfordert tatsächlich einen dritten Objekttyp, den "infocognitive syntactic operator" .. aber ein anderes Mal.)

Of the three kinds of theory, by far the lion s share of popular reportage is commanded by theories of science. Unglücklicherweise stellt das ein Problem dar. Obwohl Wissenschaft in der Schuld von Philosophie und Mathematik steht sie kann als Kind der ersten und Schwester der zweiten charakterisiert werden hält sie diese nicht als gleichwertig. Sie hält ihre Mutter, die Philosophie, als betrachtungsunwürdig. Und obwohl sie Mathematik toleriert und zu ihrer eigenen Bequemlichkeit benutzt, angewiesen auf mathematisches Schließen bei fast jeder Operation, hält sie die bemerkenswerte Abhängigkeit der objektiven Realität von mathematischen Prinzipien für wenig mehr als einen kosmischen glücklichen Zufall. Durch die Zurückweisung der philosophischen Beziehung zwischen dem Abstrakten und dem Konkreten auf dem vermeintlichen Boden, das Philosophie inhärent unpraktisch und unproduktiv ist, nimmt sie sich dieses Recht heraus, obwohl sie sie in der Erzeugung wissenschaftlicher Theorien benutzt. Und ausnutzen tut sie diese Beziehung zweifellos! Es ist eine wissenschaftliche Plattitüde, dass wenn man jemandes Daten keine Zahlen zuordnen kann, man überhaupt nichts überprüfen kann. Aber insofern wie Zahlen arithmetisch und algebraisch durch verschiedene mathematische Strukturen in Beziehung stehen, wird die Plattitüde zu einer dünn verhüllten Anerkennung der mathematischen Grundlage des Wissens.

Obwohl Wissenschaftler gern denken, dass alles für wissenschaftliche Untersuchung offen ist, haben sie eine Regel, die es explizit erlaubt, bestimmte Fakten auszublenden. Diese Regel wird die wissenschaftliche Methode genannt. Hauptsächlich besagt die wissenschaftliche Methode, dass es jedes Wissenschaftlers Aufgabe ist, (1) etwas in der Welt zu beobachten, (2) sich eine Theorie auszudenken, die den Beobachtungen entspricht, (3) die Theorie zu benutzen, um Vorhersagen zu machen, (4) experimentell oder beobachtend diese Vorhersagen zu testen, (5) die Theorie zu modifizieren im Licht neuer Erkenntnisse, und (6) die Schleife von Schritt (3) beginnend zu wiederholen. Aber während diese Methode für das Sammeln von Fakten sehr effektiv ist, die die unterliegenden Annahmen erfüllen, ist sie wertlos für das Sammeln derjenigen, die das nicht tun.

Tatsächlich, wenn wir die wissenschaftliche Methode als eine Theorie über die Natur und die Sammlung wissenschaftlichen Wissens ansehen (was wir tun können), ist sie doch keine Theorie über Wissen im Allgemeinen. Sie ist nur eine Theorie über Dinge, die den Sinnen zugänglich sind. Noch schlechter, sie ist eine Theorie nur über beobachtbare Dinge, die zwei weitere Attribute haben: Sie sind nicht-universal und die Dinge können deshalb vom Rest der Sinnesrealität unterschieden werden, und sie können von verschiedenen Beobachtern gesehen werden, die in der Lage sind, die gegenseitigen Beobachtungen unter ähnlichen Bedingungen zu wiederholen. Unnötig zu sagen, dass es keinen Grund für die Annahme gibt, dass diese Attribute notwendig sind, selbst im Bereich der Sinneswahrnehmungen. Das Erste beschreibt nichts Generelles genug, dass die Realität als Ganzes abdeckt   zum Beispiel das homogene Medium, aus dem die Realität besteht, oder ein abstraktes mathematisches Prinzip, das überall wahr ist   und das Zweite beschreibt nichts, das entweder subjektiv ist, wie das menschliche Bewusstsein, oder das objektiv aber selten ist ... z.B. Geister, UFOs und Yetis, über die Witze gemacht werden können, aber die bei der Zahl individueller Zeugenaussagen mit realen Phänomenen korrespondieren könnten.

Die Tatsache, dass die wissenschaftliche Methode die Untersuchung abstrakter mathematischer Prinzipien nicht erlaubt, ist besonders befremdlich im Licht von einem ihrer Schlüsselschritte: "Denke dir eine Theorie aus, die die Beobachtungen erklärt." Eine Theorie hat ein logisches und/oder mathematisches Konstrukt zu sein, dessen grundlegende Elemente mathematische Einheiten und Beschreibungen sind. Wenn die wissenschaftliche Methode als eine reine Beschreibung der Realität interpretiert wird, wie es nur zu oft der Fall ist, dann wird das Ergebnis in etwa sein: "Die Realität besteht aus allem und nur dem, auf das wir ein Protokoll anwenden können, das nicht auf seine eigenen (mathematischen) Zutaten angewendet werden kann, weil es dann unreal ist." Die Anwendung des Begriffs der "Unrealität", um Realität zu beschreiben, ist sehr zweifelhaft in jemandes Protokoll.

Was ist mit der Mathematik selbst? Tatsache ist, Wissenschaft ist nicht die einzige eingemauerte Stadt in der intellektuellen Landschaft. Mit gleichartigen und entgegengesetzten Vorurteilen, garantieren die sich gegenseitig ausschließenden Methoden der Mathematik und der Wissenschaft ihre andauernde Trennung trotz der einstigen Bemühungen der Philosophie. Während sich Wissenschaft hinter der wissenschaftlichen Methode versteckt, welche sie effektiv von der Erforschung ihrer eigenen mathematischen Grundlagen ausschließt, teilen sich die Mathematiker selbst in "reine" und "angewandte" Zweige, trennen explizit den "reinen" Zweig von der realen Welt. Man beachte, dass das "angewandt" synonym mit "unrein" verwendet wird. Obwohl das Gebiet der angewandten Mathematik per Definition jede praktische Nutzung beinhaltet, zu der Mathematiker jemals herangezogen werden, wird sie als "nicht richtige Mathematik" betrachtet und liegt deshalb unter der Würde eines "reinen" Mathematikers.

An Stelle der wissenschaftlichen Methode berufen sich die reinen Mathematiker auf ein Prinzip, das die axiomatische Methode genannt wird. Die axiomatische Methode beginnt mit einer kleinen Zahl selbstverständlicher Aussagen, die Axiome genannt werden, und wenigen Ableitungsregeln, durch die neue Aussagen, Theoreme genannt, von den existierenden Aussagen abgeleitet werden können. Auf parallele Weise zur wissenschaftlichen Methode, besagt die mathematische Methode, dass es Aufgabe eines Mathematikers ist, (1) eine Klasse mathematischer Objekte zu konzeptualisieren, (2) ihre grundlegenden Elemente zu isolieren, (3) die Prinzipien und Regeln zur Ableitung von Theoremen, zur Definition neuer Objekte und zur Formulierung neuer Behauptungen über einen erweiterten Satz von Theoremen und Objekten zu benutzen, (4) die Behauptungen zu prüfen oder zu widerlegen, (5) wenn die Behauptung wahr ist, sie als neues Theorem zur Theorie hinzuzufügen, und (6) die Schritte von (3) an zu wiederholen.

Die wissenschaftliche und die axiomatische Methode sind wie Spiegelbilder, aber angesiedelt in gegensätzlichen Bereichen. Ersetze "beobachte" durch "konzeptualisiere", "Teil der Welt" durch "Klasse mathematischer Objekte" und die Analogie vervollständigt sich von selbst. Wenig verwunderlich, dass sich Wissenschaftler und Mathematiker oft gegenseitigen Respekt bekennen. Aber das verbirgt eine Asymmetrie. Seit langem ist die Aktivität der Mathematiker wesentlich für die wissenschaftliche Methode, die der Wissenschaftler aber irrelevant für die Mathematiker (mit Ausnahme des Typs Wissenschaftler, der "Computerwissenschaftler" genannt wird, der eine Rolle als Botschafter zwischen den beiden Bereichen spielt). Zumindest im Prinzip ist der Mathematiker für die Wissenschaft notwendiger als der der Wissenschaftler für die Mathematik.

Wie ein Philosoph einwerfen könnte, arbeiten der Wissenschaftler und der Mathematiker auf entgegengesetzeten Seiten der kartesischen [Descarteschen?] Trennwand zwischen geistiger und physischer Realität. Wenn der Wissenschaftler auf seiner eigenen Seite der Trennwand bleibt und lediglich anerkennt, was der Mathematiker herüber gibt, macht es der Mathematiker gut. Auf der anderen Seite, wenn der Mathematiker nicht gibt, was der Wissenschaftler braucht, ist der Wissenschaftler in Schwierigkeiten. Ohne mathematische Funktionen und Gleichungen, aus denen wissenschaftliche Theorien errichtet werden können, ist der Wissenschaftler auf wenig mehr als Taxonomie beschränkt. Sobald quantitative Vorhersagen gefragt sind, könnte er oder sie genauso gut die Anzahl der Geleebohnen in einem Süßigkeitengefäß raten.

Daraus könnte jemand schließen, dass die axiomatische Methode nicht unter derselben Unzulänglichkeit leidet, wie es die wissenschaftliche Methode tut ... dass sie und nur sie ausreichend ist, um alle abstrakten Wahrheiten zu finden, die mir Recht als "mathematisch" bezeichnet werden. Aber leider, das wäre zu bequem. 1931 bewies ein österreichischer Mathematiker namens Kurt Gödel, dass es mathematische Aussagen gibt, die mit der axiomatischen Methode nicht bewiesen werden können. Solche Aussagen werden "unentscheidbar" genannt. Gödels Erkenntnis erschütterte die intellektuelle Welt in einem solchen Ausmaß, dass noch heute Mathematiker, Wissenschaftler und Philosophen um den besten Weg kämpfen herauszufinden, wie man den losen Faden der Unentscheidbarkeit in das nahtlose Gewebe der Realität weben soll.

Um die Existenz der Unentscheidbarkeit zu zeigen, nutzte Gödel den einfachen Trick der Selbstreferenz. Man betrachte die Aussage: "Dieser Satz ist falsch." Es ist leicht, diesen Satz als logische Gleichung zu formulieren. Außer wahr oder falsch zu sein, was sagt eine solche Gleichung noch über sich selbst aus? Kann sie sich selbst als unentscheidbar beurteilen? Versuchen wir es: "Diese Gleichung ist unentscheidbar." Wenn diese Gleichung tatsächlich unentscheidbar ist, dann ist sie wahr und deshalb ein Theorem. Unglücklicherweise kann die axiomatische Methode das nicht ohne Beweis annehmen. Auf der anderen Seite, angenommen, sie wäre entscheidbar. Dann ist sie augenscheinlich falsch (weil ihre Entscheidbarkeit Lügen straft, was sie über sich selbst sagt) und gleichzeitig wahr (weil entscheidbar ohne Beachtung ihres Inhalts)! Es sieht so aus, als hätten wir ein Paradoxon erzeugt ... eine Aussage die "unentscheidbar entscheidbar" und deshalb absurd ist.

Aber was, wenn wir jetzt einen Unterschied zwischen Stufen von Beweisen einführen? Zum Beispiel, was wenn wir eine Metasprache als eine Sprache definieren, um über Dinge zu sprechen, sie zu analysieren oder zu prüfen, die sich mit Aussagen in niedrigerstufigen Objektsprachen beschäftigen, und das Grundniveau von Gödels Gleichung das Objektniveau und das höhere (Beweis)Niveau als das Metasprachniveau bezeichnen? Jetzt haben wir eins von zwei Dingen: Eine Aussage, die metasprachlich als sprachlich unentscheidbar geprüft werden kann, und so aufgefasst als Theorem, das die wichtige Information über die Beschränkungen der Objektsprache enthält, oder als Aussage, die nicht metasprachlich geprüft werden kann als sprachlich unentscheidbar, was obwohl unentscheidbar, doch letztlich kein Paradoxon ist. Voilà: Selbstreferenz ohne Paradoxon! Es stellt sich heraus, dass "Diese Gleichung ist unentscheidbar" übersetzt werden kann in ein allgemeines Beispiel einer unentscheidbaren mathematischen Wahrheit. Weil das damit verbundene Schließen eine Metasprache der Mathematik enthält, wird es "metamathematisch" genannt.

Es wäre schlecht genug, wenn Unentscheidbarkeit das Einzige unerreichbare für sowohl die wissenschaftliche als auch die axiomatische Methode wäre. Aber das Problem endet hier nicht. Wie wir oben bereits erwähnten, mathematische Wahrheit ist nur eines der Dinge, das die wissenschaftliche Methode nicht berührt. Die anderen umfassen nicht nur seltene und unvorhersehbare Phänomene, die nicht leicht mit Mikroskopen, Teleskopen oder anderen wissenschaftlichen Instrumenten erfasst werden können, sondern auch Dinge, die zu groß oder zu klein zur Erfassung sind, wie das ganze Universum und die kleinsten subatomaren Teilchen; Dinge, die "zu universell" und deshalb unwahrnehmbar, wie das homogene Medium, aus dem die Realität besteht; und Dinge, die zu subjektiv sind, wie das menschliche Bewusstsein, menschliche Emotionen, und sogenannte "reine Qualitäten" oder Qualia. Mathematisch ist das gezeigt, dass es keine Möglichkeiten zum Ausgleich dieser wissenschaftlich blinden Flecken gibt, sie verbleiben um Löcher in unserem Bild der wissenschaftlichen und mathematischen Realität zu markieren.

Aber die Mathematiker haben ihre eigenen Probleme. Während die Wissenschaft unter den soeben beschriebenen Problemen leidet   denen der Unerkennbarkeit und Induktion, Nichtwiederholbarkeit und Subjektivität   leidet die Mathematik an der Unentscheidbarkeit. Es scheint deshalb natürlich zu sein zu fragen, ob es noch andere innere Schwachstellen in der kombinierten Methodik von Mathematik und Wissenschaft gibt. Sie existieren in der Tat. Bekannt als Satz von Löwenheim und Skolem und Duhem-Quine-These, gehören sie zum Vermögen der Disziplinen Modelltheorie und Philosophie der Wissenschaft (wie alle Eltern, behält die Philosophie stets das letzte Wort). Diese Schwachstellen haben zu tun mit Mehrdeutigkeit ... mit der Schwierigkeit, ob eine gegebene Theorie zu einem Ding gehört oder eine andere, oder welche der Theorien "wahrer" ist in Bezug darauf, was beide Theorien behaupten zu beschreiben.

Aber bevor eine Beschreibung von Löwenheim-Skolem und Duhem-Quine erfolgt, benötigen wir eine kurze Einführung in Modelltheorie. Modelltheorie ist Teil der Logik der "formalisierten Theorien", einem Zweig der Mathematik, der sich eher selbst-referenziell mit der Struktur und Interpretation von Theorien beschäftigt, die in der symbolischen Sprache der mathematischen Logik formuliert sind ... that is, in the kind of mind-numbing chicken-scratches that everyone but a mathematician loves to hate. Weil jede bedeutungsvolle Theorie formalisiert werden kann, ist Modelltheorie unverzichtbare Voraussetzung bedeutungsvoller Theoretisierung.

Machen wir es kurz und aussagekräftig. Wir beginnen mit Aussagenlogik, die aus nichts als tautologischen, immer wahren Beziehungen zwischen Sätzen besteht, durch einzelne Variable repräsentiert. Dann gehen wir zu Prädikatenlogik, die den Inhalt der Satzvariablen berücksichtigt ... was die Sätze aussagen. Im Allgemeinen benutzen diese Sätze Symbole, Gewichte [Quantoren?] genannt, um Variablen, die semantisch mathematische oder realweltliche Objekte darstellen, Attribute zuzuweisen. Solche Zuweisungen werden Prädikate genannt. Dann berücksichtigen wir Theorien, die komplexe Zusammenhänge herunterbrechen in Systeme von Prädikaten, die zueinander in Beziehung stehen; die Theorie-Universen, die mathematische oder Realweltsysteme durch Theorien beschreiben; und die beschreibende Beziehung zwischen ihnen selbst, welche Interpretationen genannt werden. Ein Modell einer Theorie ist jede Interpretation, unter der alle Aussagen der Theorie wahr sind. Wenn wir eine Theorie als eine Objektsprache ansehen und ihren Bezug als ein Objektuniversum, dann kann das eingreifende Modell nur in einer Metasprache des Sprache-Universum-Komplexes beschrieben und überprüft werden.

Obwohl jeweils im mathematischen und im wissenschaftlichen Bereich formuliert, können Löwenheim-Skolem and Duhem-Quine als die entgegengesetzten Seiten derselben Modell-theoretischen Münze betrachtet werden. Löwenheim-Skolem besagt, dass eine Theorie im Allgemeinen nicht zwischen zwei verschiedenen Modellen unterscheiden kann; zum Beispiel kann jede wahre Theorie über die numerischen Beziehungen von Punkten auf einem kontinuierlichen Linienabschnitt auch als Theorie der ganzen Zahlen interpretiert werden. Auf der anderen Seite besagt Duhem-Quine, dass zwei Theorien nicht im Allgemeinen unterschieden werden können auf der Grundlage einer beliebigen Aussage zu einer einzelnen Beobachtung bzgl. des Universums.

Um ein rudimentäres Gefühl für das Subjekt zu bekommen, schauen wir uns die Duhem-Quine-These genauer an. Beobachtungsergebnisse, die Rohdaten der Wissenschaft, können als falsch oder wahr durch Beobachtungen oder Experimente geprüft werden. Aber Beobachtung ist nicht unabhängig von Theorie, eine Beobachtung wird immer in einem theoretischen Kontext interpretiert. So ist ein physikalisches Experiment nicht bloß eine Beobachtung, sondern die Interpretation einer Beobachtung. Das führt zur Duhem-These, die besagt, dass wissenschaftliche Beobachtungen nicht einzelne Hypothesen entkräften können, sondern nur ganze Mengen von theoretischen Aussagen als Ganzes. Das ist, weil eine Theorie T, die sich aus verschiedenen Gesetzen {Li}, i=1,2,3,& zusammensetzt, fast niemals eine Beobachtungsaussage macht außer in Verbindung mit verschiedenen zusätzlichen Hypothesen {Aj}, j=1,2,3,& . Deshalb testet eine Beobachtung meist einen Komplex {Li+Aj}.

Um ein gut bekanntes geschichtliches Beispiel zu nehmen, seien T = {L1,L2,L3} die drei Newtonschen Bewegungsgesetze, und nehmen wir an, dass diese Gesetze die beobachtbaren Konsequenzen haben, dass die Bahn des Planeten Uranus O sei. Aber in Wirklichkeit bestimmen die Newtonschen Gesetze nicht allein die Bahn von Uranus. Wir müssen genauso die An- oder Abwesenheit anderer Kräfte berücksichtigen, andere nahe Körper, die merkliche Gravitationskräfte auf Uranus ausüben, usw.

Demzufolge erfordert die Bestimmung der Bahn von Uranus zusätzliche Hypothesen wie A1 = "nur gravitative Kräfte wirken auf die Planeten", A2 = "die Zahl der solaren Planeten ist 7", usw. Wenn also die gefundene Bahn vom vorhergesagten Wert O abweicht, dann widerlegt das nicht einfach die Theorie T der Newtonschen Mechanik, sondern den ganzen Komplex von Gesetzen und zusätzlichen Hypothesen {L1,L2,L3;A1,A2,& }. Es folgt daraus letztendlich, dass wenigstens ein Element des Komplexes falsch ist, aber welcher? Gibt es einen 100% sicheren Weg, das zu entscheiden?

Wie sich herausgestellt hat, ist das schwache Glied in diesem Beispiel die Hypothese A2 = "die Zahl der solaren Planeten ist 7". Tatsächlich stellte sich die Existenz eines zusätzlichen Planten heraus, Neptun, der danach gesucht und präzis lokalisiert wurde, weil die Hypothese (A2) zweifelhaft erschien. Aber unglücklicherweise gibt es keine allgemeine Regel für solche Entscheidungen. Angenommen, wir haben zwei Theorien T1 und T2, die Beobachtung O und Nicht-O vorhersagen. Dann ist das Experiment ausschlaggebend in Bezug auf T1 und T2, wenn es genau eine der beiden Beobachtungsaussagen O oder Nicht-O erzeugt. Duhems Argument zeigt so im Allgemeinen, dass man nicht darauf zählen kann, ein solches Experiment oder eine Beobachtung zu finden. An Stelle entscheidender Beobachtungen, zieht Duhem das "gute Gefühl" vor, eine nicht-logische Fähigkeit zur Mittlung, mit der Wissenschaftler vermutlich solche Fragen entscheiden. Unter Beachtung der Natur dieser Fähigkeit, gibt es im Prinzip nichts, was persönlichen Geschmack und kulturelle Vorurteile ausschließt. So bevorzugen Wissenschaftler vornehm Ockhams Rasiermesser, während Mathematiker Entscheidungsterme wie Schönheit und Eleganz anwenden, was weniger schmackhafte Einflüsse nicht ausschließt.

Soviel zu Duhem, was ist jetzt mit Quine? Die Quine-These zerfällt in zwei verwandte Thesen. Die erste besagt, dass es keinen Unterschied zwischen analytischen Aussagen (z.B. Definitionen) und synthetischen Aussagen (z.B. empirischen Ansprüchen) gibt, und so, dass die Duhem-These genauso für die sogenannten a priori Disziplinen gilt. Um das zu verstehen, müssen wir den Unterschied zwischen analytischen und synthetischen Aussagen kennen. Analytische Aussagen werden als wahr angenommen nach ihrer Wortbedeutung allein, obwohl empirische Fakten betreffend, während synthetische Aussagen auf empirische Fakten selbst hinauslaufen. Weil analytische Aussagen notwendig wahre Aussagen von dem Typ sind, den man in Logik und Mathematik findet, während synthetische Aussagen eventuell wahre Aussagen von dem Typ sind, den man in der Wissenschaft findet, postuliert Quines erste These eine Art Äquivalenz zwischen Mathematik und Wissenschaft. Im Besonderen besagt das, dass erkenntnistheoretische Anforderungen an die Wissenschaft genauso auf die Mathematik angewendet werden sollten, und dass Duhems These auf beide angewendet werden sollte.

Quines zweite These beinhaltet das Konzept des Reduktionismus. Reduktionismus ist die Forderung, dass Aussagen über ein Subjekt reduziert werden können, oder vollständig ausgedrückt werden können in Ausdrücken von Aussagen über ein anderes (üblicherweise grundlegenderes) Subjekt. Zum Beispiel, um chemischen Reduktionismus in Bezug auf den Geist zu verfolgen, ist zu fordern, dass mentale Prozesse wirklich nicht mehr sind als biochemische Interaktionen. Quine unterscheidet sich von Duhem darin, dass er daran festhält, dass nicht alle theoretischen Forderungen, z.B. Theorien, auf Beobachtungsaussagen reduziert werden können. Aber dann "unterbestimmen" empirische Beobachtungen Theorien und können nicht zwischen ihnen unterscheiden. Das führt zu einem Konzept, das als Quines Holismus bekannt ist; weil keine Beobachtung verrät, welche Elemente einer Menge theoretischer Aussagen neu bewertet werden muss, führt die Neubewertung einiger Aussagen zur Neubewertung aller.

Quine kombinierte seine zwei Thesen wie folgt. Als erstes stellte er fest, dass eine Reduktion in Wirklichkeit eine analytische Aussage darüber ist, dass eine Theorie, z.B. die Theorie des Bewusstseins, zum Beispiel eine Theorie der Chemie ist. Dann stellte er fest, dass, wenn es keine analytischen Aussagen gibt, Reduktionen unmöglich sind. Daraus schlussfolgerte er, dass seine beiden Thesen in Wirklichkeit identisch sind. Aber obgleich die vereinheitlichte Ergebnisthese derjenigen Duhems ähnlich ist, ist ihr Gültigkeitsbereich unterschiedlich. Während Duhem seine These nur auf physikalische Theorien angewendet hat, und wohl nur auf theoretische Hypothesen und nicht auf solche mit direkt beobachtbaren Konsequenzen, wand Quine seine Version auf die Gesamtheit menschlichen Wissens an, einschließlich der Mathematik. Wenn wir diesen eher wichtigen Unterschied unter den Teppich kehren, erhalten wir die sogenannte Duhem-Quine-These.

Weil die Duhem-Quine-These impliziert, dass wissenschaftliche Theorien durch physikalische Beweise unterbestimmt sind, heißt sie manchmal Unterbestimmungsthese. Insbesondere sagt sie, dass weil die Hinzunahme neuer Hilfshypothesen, z.B. Bedingungen vom Aussagentyp "wenn...dann" es jeder von zwei verschiedenen Theorien desselben wissenschaftlichen oder mathematischen Gebiets erlauben, jeden neuen Beweis aufzunehmen, keine physikalische Beobachtung jemals zwischen ihnen zu entscheiden vermag.

Die Aussagen von Duhem-Quine and Löwenheim-Skolem sind wie folgt: Universen bestimmen Theorien bezüglich empirischer Gesetze wissenschaftlicher Beobachtung nicht eineindeutig, und Theorien bestimmen Universen bezüglich rationaler Gesetze der Mathematik nicht eineindeutig. Die Modell-theoretische Beziehung zwischen Theorien und ihren Universen neigt zu Mehrdeutigkeiten in beiden Richtungen. Wenn wir die beschreibende Art der Mehrdeutigkeit addieren zu den Mehrdeutigkeiten der Messung, z.B. der Heisenbergschen Unschärferelation, die das subatomare Maß der Realität steuert, und die internen theoretischen Mehrdeutigkeiten durch die Unentscheidbarkeit, erkennen wir, dass Mehrdeutigkeit ein unvermeidlicher Bestandteil unseres Wissens der Welt ist. Es sieht so aus als ob Mathematik und Wissenschaft nun ... unexakte Wissenschaften sind.

Wie können wir dann jemals ein wahres Bild der Realität formen? Es könnte einen Weg geben. Wir könnten zum Beispiel mit der Prämisse beginnen, dass solch ein Bild existiert, mit nur einer Grenze für die Theoretisierung (zunächst das Thema ignorierend, wie man die Existenz dieser Grenzen zeigen kann). Dann könnten wir grundsätzliche Beziehungen entwickeln, die die logischen Eigenschaften dieser Grenze enthalten, um zu einer Beschreibung der Realität vermittels der Realität selbst zu gelangen. In anderen Worten, wir könnten eine selbstreferenzielle Theorie bauen, deren Variablen die Realität selbst repräsentieren, und deren Beziehungen logische Tautologien sind. Dann könnten wir eine lehrreiche Wendung machen. Da Logik auf den Regeln des Denkens beruht, d.h. auf Geist, was wir wirklich wollen ist die Realität interpretieren in einer allgemeinen Theorie des Verstandes, auf Logik beruhend. Per Definition, das Ergebnis wäre ein erkenntnistheoretisches Modell des Universums.

Gödel benutzte den Ausdruck der Unvollständigkeit, um die Eigenschaft axiomatischer Systeme zu beschreiben, wegen deren sie uneintscheidbare Aussagen enthalten. Im Wesentlichen zeigte er, dass alle hinreichend mächtigen axiomatischen Systeme unvollständig sind, weil sie wenn nicht, inkonsistent wären. Zu sagen, dass eine Theorie "inkonsistent" ist, bedeutet, dass sie ein oder mehr unlösbare Paradoxa enthält. Unglücklicherweise weil ein solches Paradoxon die Unterscheidung zwischen wahr und falsch in Bezug auf eine Theorie zerstört, wird die ganze Theorie durch ein einziges von ihnen kaputt gemacht. Das macht Konsistenz zu einer primären Notwendigkeit in der Konstruktion von Theorien, und gibt ihr Priorität gegenüber Beweis und Vorhersage. Ein erkenntnistheoretisches Modell des Universums würde wissenschaftliche und mathematische Realität in einer selbstkonsistenten logischen Umgebung platzieren, wo Lösungen für ihre hartnäckigsten Paradoxa zu erwarten sind.

Zum Beispiel ist die moderne Physik belastet durch Paradoxa, die den Ursprung und die Richtung der Zeit, den Kollaps der Wellenfunktion, die Quantennichtlokalität und das Grenzenproblem der Kosmologie. Wenn jemand eine einfache, elegante Theorie präsentieren könnte, diese Paradoxa zu lösen, ohne den Nutzen der bestehenden Theorien zu opfern, die Lösungen würden scherer wiegen als jede Zahl von Vorhersagen. Vergleichbar würde jede Theorie und Modell, die konservativ das Selbst-Enhaltensein-Problem der mathematischen Mengentheorie beseitigt, die nahezu jedem anderen Teil der Mathematik unterliegt, könnte Akzeptanz allein dafür fordern. Wo immer ein unlösbares wissenschaftliches oder mathematisches Paradoxon existiert, gibt es eine dringende Notwendigkeit einer Theorie oder eines Modells, um es zu lösen.

Wenn so eine Theorie und ein Modell existieren und für das Wissen der Menschheit sollten sie besser existieren benutzen sie eine logische Metasprache mit genügend Ausdruckskraft, um die Grenzen von Wissenschaft und Mathematik zu charakterisieren und zu analysieren, und sind deshalb natürlicherweise philosophisch und methamathematisch. Das ist, weil kein niedrigeres Diskursniveau in der Lage ist, zwei Disziplinen zu verienigen, die den jeweils anderen Inhalt so gründlich ausschließen wie Wissenschaft und Mathematik.

Hier ist der Schlusssatz: Solch eine Theorie und Modell existieren in der Tat. Doch für jetzt, lasst uns zufrieden sein mit dem flüchtigen Anblick des Regenbogens, unter dem uns dieser theoretische Topf mit Gold erwartet.

http://de.wikipedia.org/wiki/Duhem-Quine-These
http://de.wikipedia.org/wiki/Satz_von_L%C3%B6wenheim_und_Skolem